

LXIV олимпиада по математике учащихся Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 17 января 2017 года
XII класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Реши систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = xy + 12 \\ x^3 y + 4xy - 12x^2 = 48 \end{cases}$$

2. Дана последовательность a_1, a_2, \dots, a_n , причем $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1,5$, и для каждого $n \geq 4$ выполняется равенство $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3}$. Найди сумму первых 2017 членов последовательности.

3. Реши уравнение $2^x + 1 = y^2$, где $x \in \mathbb{Z}^+$ и $y \in \mathbb{Z}^+$.

4. Определи величины углов остроугольного треугольника ABC , если радиус окружности описанной около данного треугольника равен R , сторона, противоположная углу C равна c и частное от деления двух других сторон равно $\frac{a}{b}$. *Замечание:* считаем, что величина угла определена, если нам известна величина угла в градусах (радианах) или синус или косинус или тангенс этого угла.

5. В мешке находятся 2017 монет. Кристьян и Мартин играют в игру, в которой они по очереди берут из мешка монеты. За один раз игрок может взять из мешка 7, 11 или 13 монет. Если игрок не может взять из мешка хотя бы 7 монет, то он проигрывает. Кто из игроков выиграет, если начинает игру Кристьян и оба игрока в игре придерживаются оптимальной стратегии?